II Liceum Ogólnokształcące
im. Janusza Korczaka w Wieluniu

III MIĘDZYPOWIATOWY KONKURS MATEMATYCZNY

dla szkół gimnazjalnych

- finał –

8 kwietnia 2016 r.

Witamy Cię na finale II Międzypowiatowego Konkursu Matematycznego dla szkół gimnazjalnych. Masz do rozwiązania 16 zadań. Zestaw zawiera zarówna zadania zamknięte, jak i otwarte. Pamiętaj, że zadania zamknięte mogą mieć więcej niż jedną odpowiedź poprawną. Spośród czterech podanych odpowiedzi, prawdziwych może być od 0 do 4. W karcie odpowiedzi musisz ustosunkować się do każdej z odpowiedzi określając czy jest prawdziwa czy fałszywa. Za udzielenie czterech poprawnych odpowiedzi przyznajemy 4 pkt, za trzy poprawne 3 pkt., za dwie poprawne 2 pkt, za jedną 1 pkt. Maksymalna liczba punktów, jaką możesz uzyskać za rozwiązanie testu, wynosi 67 punktów.

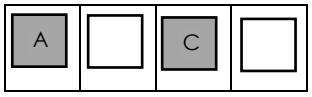
Przed przystąpieniem do rozwiązania zadań przeczytaj uważnie polecania.

Nie używaj kalkulatora ani tablic ze wzorami!

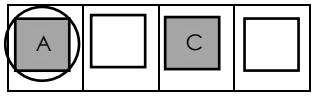
Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.

Rozwiązania zadań zamkniętych przenieś na kartę odpowiedzi w następujący sposób:

- wybierz poprawne odpowiedzi i zamaluj kratkę z odpowiadającą im literą, np. gdy wybrałeś odpowiedź A i C:



- staraj się nie popełniać błędów przy zaznaczaniu odpowiedzi, ale jeśli się pomylisz, błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz inną odpowiedź np.:



Powodzenia!

Organizatorzy

ZADANIA KONKURSOWE

Zadania zamknięte wielokrotnego wyboru

1. Liczbą odwrotną do $\sqrt{2}-1$ jest

   a) $\sqrt{2}+1$ b) $1-\sqrt{2}$ c) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ d) $\frac{-\sqrt{2}+1}{-1}$

2. Liczba n^3-n dla dowolnego n naturalnego, dzieli się przez

   a) 3 b) 6 c) 9 d) 12

3. Funkcja f dana jest wzorem $f(x)=x^2-9$. Wobec tego dla dowolnej liczby rzeczywistej a

   a) $f(a-3)=a^2$ b) $f(a-3)=a^2-12$ c) $f(a-3)=a^2-6a$ d) $f(3-a)=-a^2+6a$

4. Wyrażenie $x\cdot\sqrt{8-|x|}$ traci sens liczbowy, jeżeli

   a) $x=8$ b) $x<-8$ c) $x=0$ d) $-8\le x\le 8$

5. Układ równań liniowych $\begin{cases} y=x+a \\ y=a^2x+1 \end{cases}$

   a) ma co najmniej jedno rozwiązanie dla każdej liczby rzeczywistej
   b) nie posiada rozwiązań jeżeli $a=1$
   c) nie posiada rozwiązań jeżeli $a=-1$
   d) posiada dokładnie jedno rozwiązanie jeżeli $a=0$

6. Długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego są równe $\sqrt{5}$ i $2\sqrt{5}$ a wysokość tego trójkąta poprowadzona z wierzchołka kąta prostego

   a) dzieli go na dwa trójkąty podobne
   b) ma długość 1
   c) dzieli przeciwprostokątną na odcinki o długościach 1 i 4
   d) dzieli przeciwprostokątną na odcinki o długościach $1{,}5$ i $3{,}5$

7. Pewna beczka jest pusta w 65% i zawiera o 72 litry płynu mniej niż ta sama beczka napełniona w 65%. Jaka jest pojemność beczki?

   a) $156\ l$ b) $240\ l$ c) $200\ l$ d) $224\ l$

8. Którą z poniższych liczb można przedstawić w postaci różnicy kwadratów dwóch liczb całkowitych?

   a) 17 b) 49 c) 72 d) 200

9. Wykres funkcji $f(x)=ax+b$ przechodzi przez ćwiartki I, II i IV układu współrzędnych i nie przechodzi przez ćwiartkę III. Wobec tego

   a) $a<0\ i\ b<0$ b) $a>0\ i\ b<0$ c) $a<0\ i\ b>0$ d) $a>0\ i\ b>0$

10. Uporządkuj rosnąco liczby $a=\left(\frac{1}{2}\right)^{1,3(9)}$, $b=\left(\frac{1}{2}\right)^{-\sqrt{2}}$, $c=\left(\frac{1}{2}\right)^{1,4}$

    a) $c\le a<b$ b) $c<a<b$ c) $a=c<b$ d) $b<a<c$

11. Trójkąt o bokach a,b,c jest prostokątny jeśli

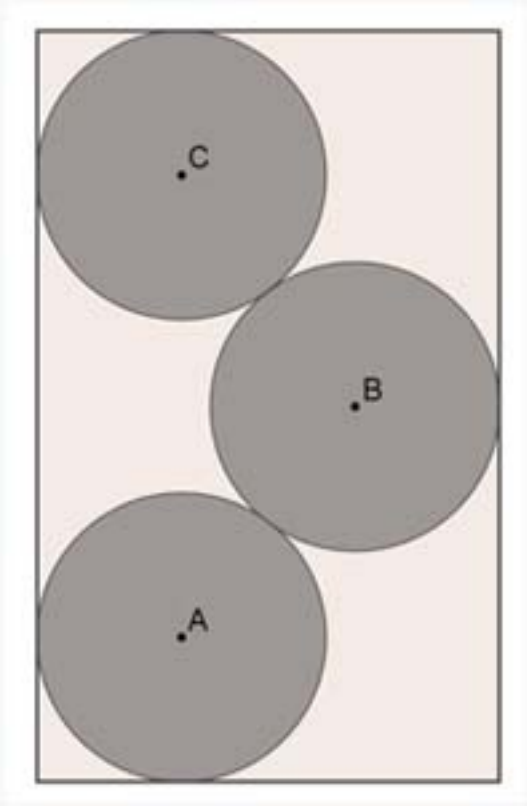
    a) $a:b:c=6:7:8$ b) $a:b:c=3\sqrt{2}:4\sqrt{2}:5\sqrt{2}$ c) $a:b:c=9:12:15$ d) $a:b:c=\sqrt{9}:\sqrt{12}:\sqrt{15}$

12. W ubiegłym roku szkolnym 18 uczniów reprezentowało szkołę w konkursie informatycznym, 15 uczniów – w konkursie matematycznym, 5 uczniów – w konkursach informatycznym i fizycznym, 7 uczniów – w konkursach matematycznym i fizycznym, 8 uczniów – w konkursach informatycznym i matematycznym, a 2 uczniów we wszystkich trzech konkursach.

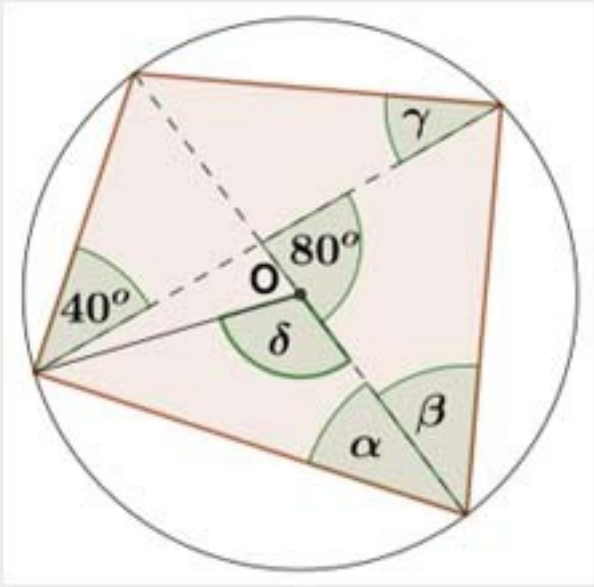
    a) we wszystkich konkursach brało udział 55 uczniów
    b) we wszystkich konkursach brało udział 25 uczniów
    c) w konkursie matematycznym brało udział 8% wszystkich uczestników
    d) w konkursie fizycznym brało udział 40% wszystkich uczestników

ZADANIA OTWARTE

13. [6pkt]Do walca o promieniu $8cm$ pełnego wody wrzucono trzy jednakowe stalowe kule o środkach odpowiednio A, B, C i promieniu $4 < r < 8$ (patrz rysunek).
Oblicz objętość walca jeśli kule wyparły z walca $500\pi\ cm^3$ wody.



14. [5pkt]Prosta $l: y = \frac{5}{6}x + 5$ i prosta k mają dodatnie współczynniki kierunkowe i przecinają się w punkcie $P(12; 15)$. Wyznacz równanie prostej k jeśli obie proste w wraz z dodatnimi półosiami układu współrzędnych ograniczają obszar w kształcie czworokąta o polu $105\ [j^2]$. Rozpocznij od wykonania odpowiedniego rysunku wraz z oznaczeniami.

15. [4pkt]Niech $a = 4^{109} + 4^{108} + 4^{107}$ i $b = 2^{207} - 2^{206} - 2^{204}$. Wyznacz iloraz liczb a i b oraz zapisz go w notacji wykładniczej.

16. [4pkt]Wyznacz miary kątów $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.